

**Estudios matemáticos**
Nivel medio
Prueba 1

Jueves 10 de noviembre de 2016 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. Sea $p = \frac{\cos x + \sin y}{\sqrt{w^2 - z}}$,

donde $x = 36^\circ$, $y = 18^\circ$, $w = 29$ y $z = 21,8$.

- (a) Calcule el valor de p . Escriba el valor completo que aparece en la pantalla de su calculadora. [2]
- (b) Escriba la respuesta que dio en el apartado (a)
- (i) redondeando a dos lugares decimales;
- (ii) redondeando a tres cifras significativas. [2]
- (c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)(ii)** en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [2]

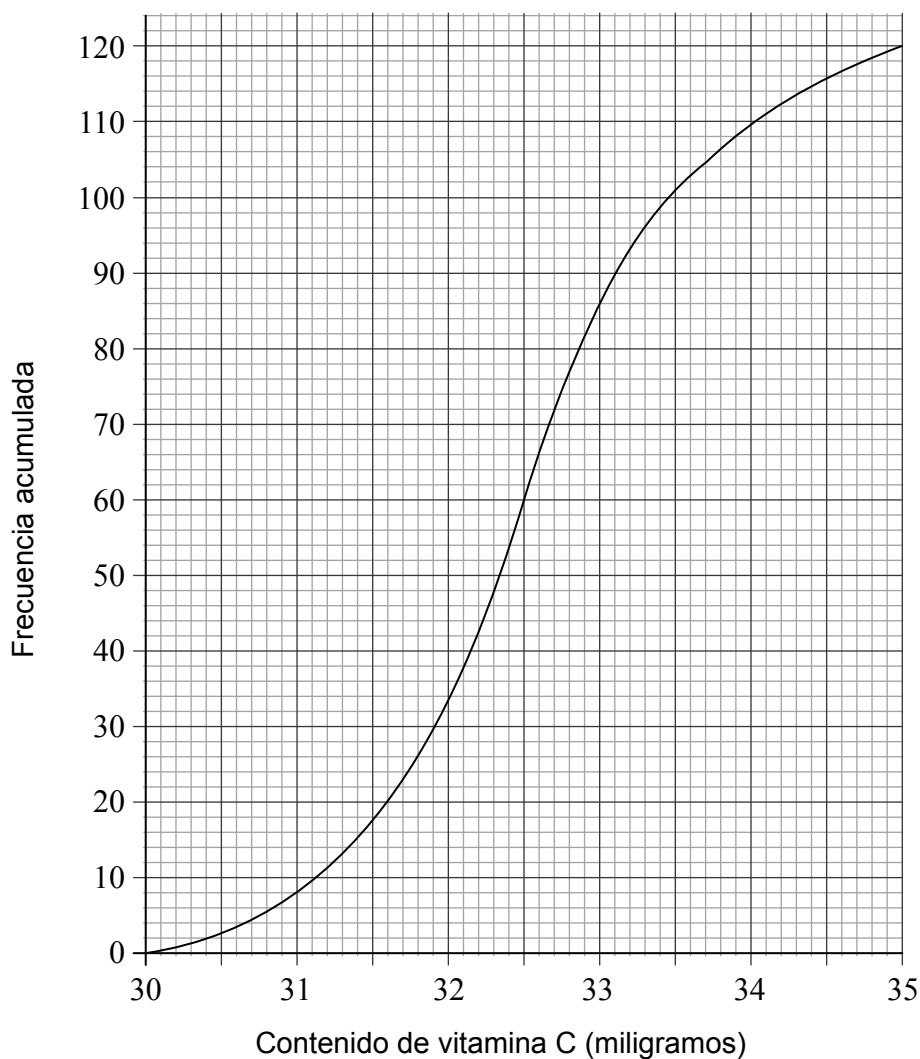
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b) (i)
(ii)
- (c)



2. Una muestra de 120 naranjas se analiza para medir el contenido de vitamina C. La curva de frecuencias acumuladas que aparece a continuación representa el contenido de vitamina C (en miligramos) de estas naranjas.



- (a) Dando la respuesta redondeando a un lugar decimal, escriba el valor de
- (i) la mediana del contenido de vitamina C que tenían las naranjas de la muestra;
 - (ii) el primer cuartil;
 - (iii) el tercer cuartil.

[3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

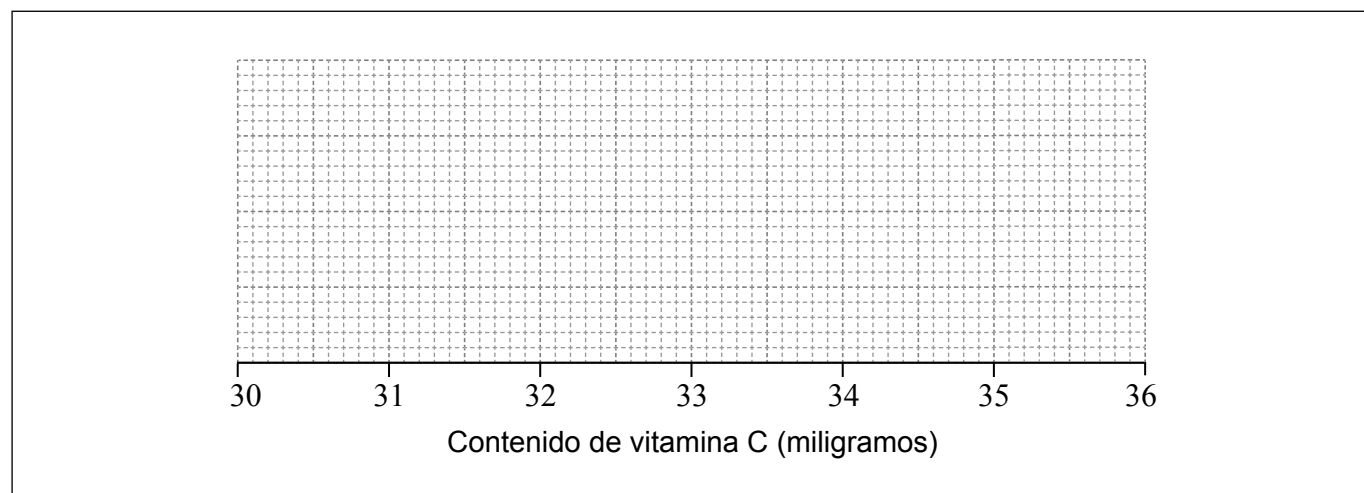


(Pregunta 2: continuación)

El contenido mínimo de vitamina C encontrado en las naranjas de la muestra fue de 30,1 miligramos. El contenido máximo de vitamina C encontrado en las naranjas de la muestra fue de 35,0 miligramos.

- (b) En la cuadrícula que aparece a continuación dibuje con precisión un diagrama de caja y bigotes para representar el contenido de vitamina C (en miligramos) correspondiente a esta muestra.

[3]



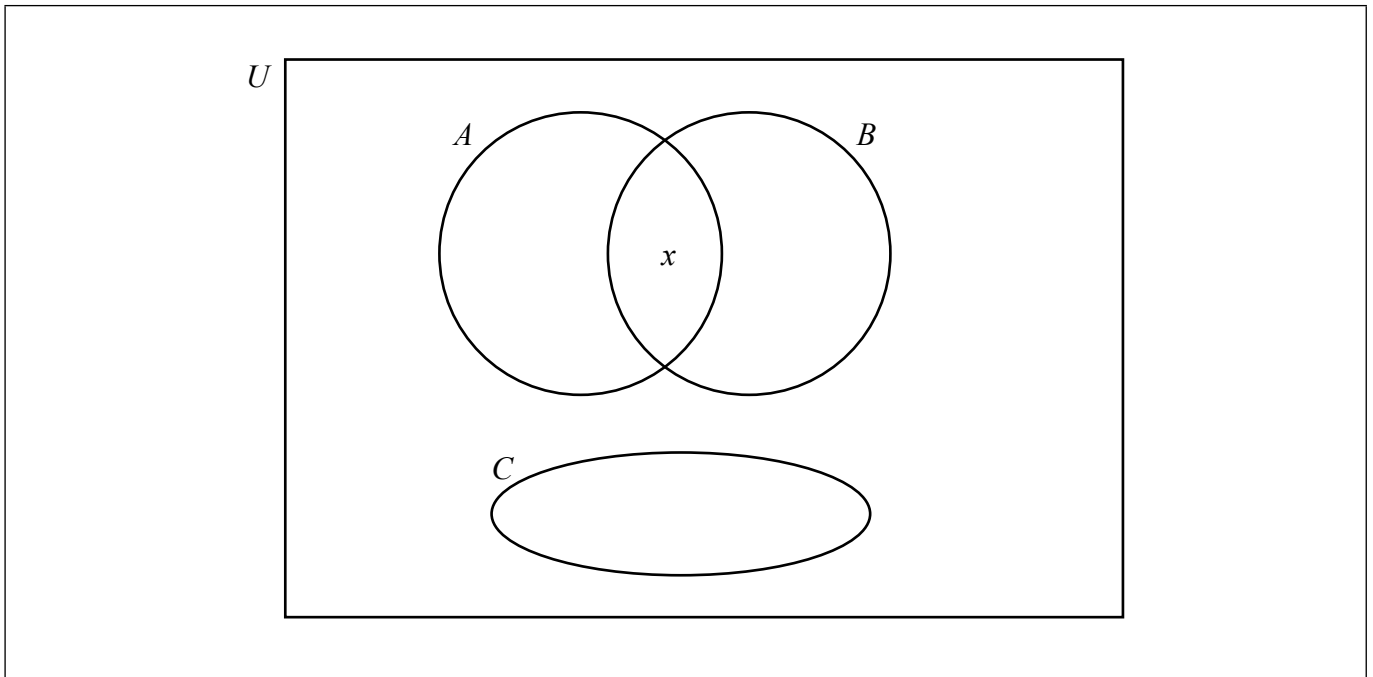
Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i)
 (ii)
 (iii)



3. El siguiente diagrama de Venn muestra los conjuntos A , B , C y U . Además, x es un elemento de U .



- (a) Indique en la siguiente tabla si los enunciados que aparecen son Verdaderos o Falsos. [5]

| Enunciado | Verdadero o Falso |
|---------------------------|-------------------|
| $x \in C$ | |
| $x \subset B$ | |
| $A \cup B \neq \emptyset$ | |
| $A \cap B \subset C$ | |
| $A \cap C = \emptyset$ | |

- (b) En el diagrama de Venn sombree la región $A \cap (B \cup C)'$. [1]



4. En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando a dos lugares decimales.

Javier se va de viaje de negocios a Venezuela y se lleva 5000 dólares estadounidenses (USD). Cuando llega cambia USD 3000 a bolívars venezolanos (VEF).

El tipo de cambio aplicado es USD 1 = VEF 6,3021.

- (a) Calcule la cantidad de VEF que recibe Javier. [2]

Durante su estancia en Venezuela, Javier gasta USD 1250 y VEF 12 000. Al volver a casa, Javier cambia los VEF que le han sobrado a USD.

El tipo de cambio aplicado es USD 1 = VEF 8,7268.

- (b) Calcule la cantidad total de USD, que le han sobrado a Javier de los USD 5000 iniciales tras su viaje a Venezuela. [4]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
(b)



5. Considere las siguientes proposiciones lógicas.

p : Sandi se levanta antes de las ocho de la mañana

q : Sandi sale a correr

r : Sandi va a nadar

(a) Escriba con palabras la siguiente proposición compuesta

$$p \Rightarrow (q \vee r).$$

[3]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad.

[2]

| p | q | r | $q \vee r$ | $p \Rightarrow (q \vee r)$ |
|-----|-----|-----|------------|----------------------------|
| V | V | V | | |
| V | V | F | | |
| V | F | V | | |
| V | F | F | | |
| F | V | V | | |
| F | V | F | | |
| F | F | V | | |
| F | F | F | | |

(c) Una mañana en la que Sandi **no** se levanta antes de las ocho, utilice la tabla de verdad para determinar si $p \Rightarrow (q \vee r)$ es una tautología, una contradicción o ninguna de las dos cosas.

[1]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
-
-
- (c)



6. En un hospital han recogido datos de 1000 pacientes ingresados en cuatro plantas distintas para analizar la calidad de la atención sanitaria que reciben. Estos datos se reúnen en la siguiente tabla, donde se muestra el número de pacientes que contrajeron una infección durante su estancia en el hospital.

| | Planta | | | | Total |
|-------------------------|---------|-------------|--------|---------|-------|
| | Pasteur | Nightingale | Jenner | Fleming | |
| Pacientes infectados | 44 | 27 | 13 | 16 | 100 |
| Pacientes no infectados | 281 | 303 | 182 | 134 | 900 |
| Total | 325 | 330 | 195 | 150 | 1000 |

Para ello, se llevó a cabo una prueba χ^2 a un nivel de significación del 5%. El valor crítico correspondiente a esta prueba es 7,815.

La hipótesis nula correspondiente a esta prueba es

H_0 : El contraer una infección durante una estancia en el hospital es independiente de la planta en la que te ingresen.

- (a) Halle la frecuencia esperada de pacientes que contrajeron una infección estando en la planta Nightingale. [2]
- (b) Para esta prueba, escriba el estadístico χ^2 . [2]
- (c) Indique, dando una respuesta razonada, si se debería rechazar o no la hipótesis nula. [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



7. Un globo con forma de esfera se llena de helio hasta que el radio alcanza los 6 cm.

(a) Calcule el volumen del globo.

[2]

El volumen del globo se aumenta un 40%.

(b) Calcule el radio del globo tras este aumento.

[4]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



8. Los pasajeros de la aerolínea Flyaway Airlines pueden comprar billetes para la clase Business o para la clase Turista.

En uno de los vuelos había 154 pasajeros.

Sea x el número de pasajeros de este vuelo que van en clase Business e y el número de pasajeros que van en clase Turista.

- (a) Utilice esta información para escribir una ecuación que relacione x e y . [1]

En este vuelo, el costo del billete para cada pasajero de clase Business fue de 320 euros y el costo del billete para cada pasajero de clase Turista fue de 85 euros. La cantidad total que recibió Flyaway Airlines por todos estos billetes fue de 14 970 euros.

- (b) Utilice los datos relativos al costo de los billetes para escribir una segunda ecuación que relacione x e y . [1]

- (c) Halle el valor de x y el valor de y . [2]

El director financiero de la aerolínea escribió la cantidad total que recibió la aerolínea por la venta de estos billetes como 14 270 euros.

- (d) Halle el porcentaje de error. [2]

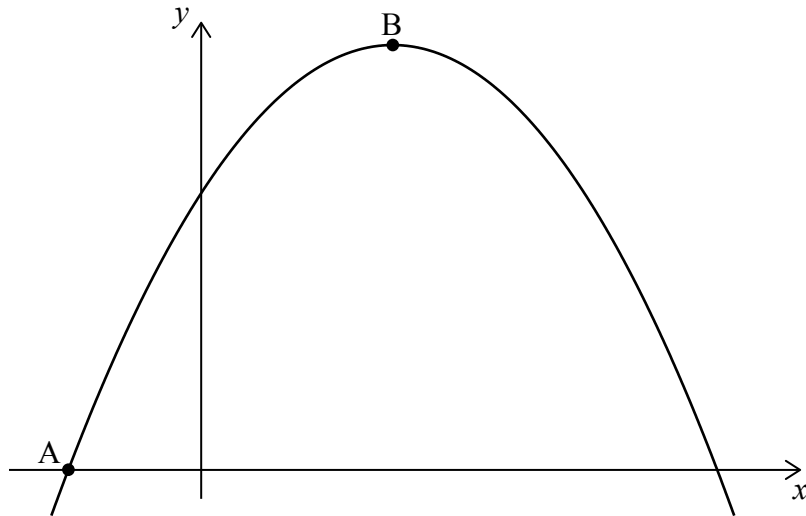
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
 (b)
 (c)
 (d)



9. El gráfico de la función cuadrática $f(x) = c + bx - x^2$ corta al eje x en el punto $A(-1, 0)$ y su vértice se encuentra en el punto $B(3, 16)$.



- (a) Escriba la ecuación del eje de simetría de este gráfico. [2]
- (b) Halle el valor de b . [2]
- (c) Escriba el recorrido de $f(x)$. [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



10. Un martillo hidráulico se usa para clavar un poste metálico en el suelo en dirección vertical. Para ello, va golpeando repetidamente la parte superior del poste. La distancia que penetra el poste en el suelo con el n -ésimo golpe de martillo es igual a d_n .

Las distancias $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$ forman una progresión geométrica.

La distancia que penetra el poste en el suelo con el primer golpe de martillo, d_1 , es igual a 64 cm.

La distancia que penetra el poste en el suelo con el segundo golpe de martillo, d_2 , es igual a 48 cm.

- (a) Halle la razón común de esta progresión. [2]
- (b) Halle la distancia que penetra el poste en el suelo con el octavo golpe de martillo. [2]
- (c) Halle la **profundidad total** a la que ha penetrado el poste en el suelo tras 10 golpes de martillo. [2]

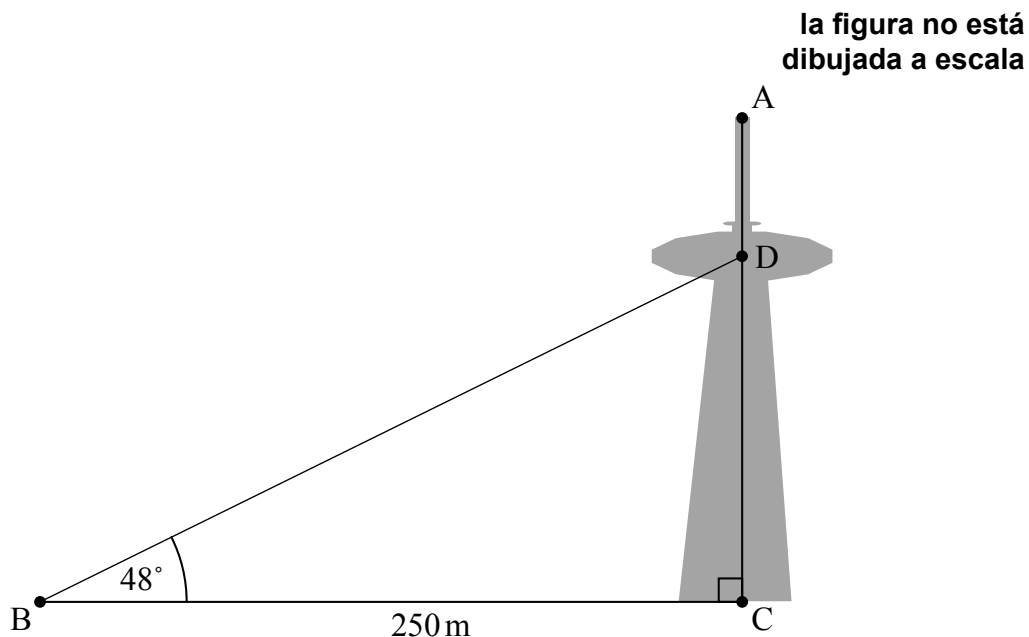
Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



11. AC es una torre de comunicaciones vertical cuya base se encuentra en C. La torre tiene una terraza panorámica, D, que está situada a tres cuartos de la subida a la parte superior de la torre, A.



Desde un punto B, situado en el suelo, en terreno horizontal y a 250 m de C, el ángulo de elevación de D es igual a 48° .

- (a) Calcule CD, la altura sobre el nivel del suelo a la que se encuentra la terraza panorámica. [2]
- (b) Calcule el ángulo de depresión desde A hasta B. [4]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)



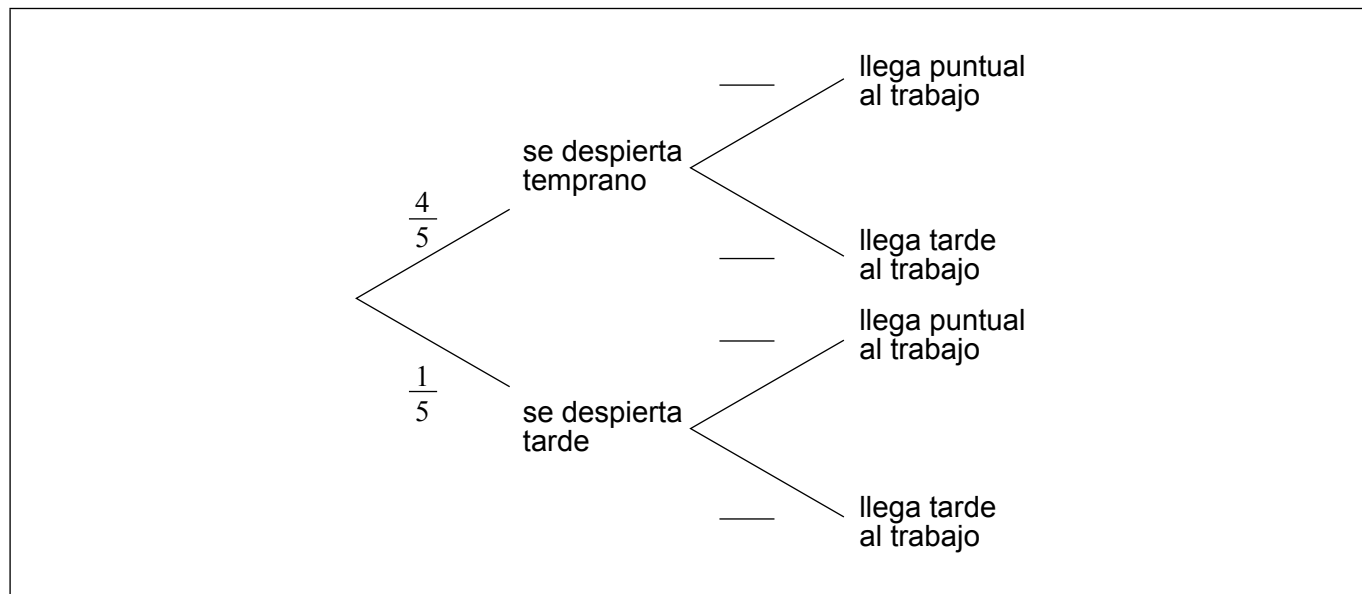
12. En los días de trabajo, la probabilidad de que el Sr. Van Winkel se despierte temprano es igual a $\frac{4}{5}$.

Si se despierta temprano, la probabilidad de que llegue puntual al trabajo es igual a p .

Si se despierta tarde, la probabilidad de que llegue puntual al trabajo es igual a $\frac{1}{4}$.

- (a) Complete el siguiente diagrama de árbol.

[2]



La probabilidad de que el Sr. Van Winkel llegue puntual al trabajo es igual a $\frac{3}{5}$.

- (b) Halle el valor de p .

[4]

Operaciones:

Respuestas:

(b)



13. Un cometa gira alrededor del Sol y se ve desde la Tierra cada 37 años. La primera vez que se vio el cometa desde la Tierra fue en el año 1064.

(a) Halle en qué año se vio el cometa desde la Tierra por quinta vez. [3]

(b) Determine cuántas veces se ha visto el cometa desde la Tierra hasta el año 2014. [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



14. La ecuación de una curva es $y = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 7$.

(a) Halle $\frac{dy}{dx}$. [2]

La pendiente de la tangente a la curva en un punto P es -10 .

(b) Halle las coordenadas de P. [4]

Operaciones:

Respuestas:

(a)
(b)



15. Gabriela se compra un coche nuevo.

El valor del coche, V , en dólares está modelado por la función

$$V(t) = 12870 - k(1,1)^t, t \geq 0$$

donde t es el número de años que han transcurrido desde que se compró el coche y k es una constante.

- (a) Escriba, y posteriormente simplifique, una expresión que refleje el valor del coche cuando Gabriela lo compró. [2]

Al cabo de dos años, el valor del coche es de \$9143,20.

- (b) Halle el valor de k . [2]

Este modelo está definido para $0 \leq t \leq n$. A los n años el valor del coche será cero dólares.

- (c) Halle el valor de n . [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
 (b)
 (c)



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



20EP19

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



20EP20